Programa & abstracts

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

MAYO 2022

LUN.	MAR.	MIÉ.	JUE.	VIE.
09 Alicia Tocino (UMA) 9,30-10,30	**10** Manuel Cortés (UMA) 9,30-10,30	**11** José Luis Flores (UMA) 10-11	**12** Iván Ruiz 12,10-12,50 Cándido Martín 13-14 (UMA)	**13** Rubén Muñoz (Univ Rey Juan Carlos) 12-13
16 Pedro López (Univ. Cantabria) 9,30-10,30	**17** Francisco J. Palomo (UMA) 9,30-10,30	**18** Pablo Gómez (Univ. Cantabria) 9,30-10,30	**19** Cándido Martín 12,10-12,50 Cristina Draper 13-14 (UMA)	**20** Benjamín Olea (UMA) 12-13
23 Miguel Gómez (UMA) 9,30-10,30	**24** Umut Sayin 9,30-10,10 (Univ. de Düzce,Turquía) Alberto Daza 10,20-11 (Univ Zaragoza)	**25** José Manuel Navarro (UMA) 9,10-9,50 Saúl A. Burgos 10-11 (Univ. Autónoma de Yucatán, México)	**26** Vicente Muñoz (UMA) 13-14	**27** Iván P. Costa (Univ. Federal Santa Catarina, Brasil) 12-13

Índice general

Presentación **3**

Comité Organizador **4**

Abstracts **5**

Alicia Tocino 6
Manuel Cortés-Izurdiaga 7
Jose Luis Flores Dorado 8
Iván Ruiz Campos 9
Cándido Martín González 10
Rubén Muñoz Alcázar 11
Pedro R. López-Gómez 12
Francisco J. Palomo 13
Pablo Gómez Nicolás 14
Cristina Draper Fontanals 15
Benjamín Olea Andrades 16
Miguel Ángel Gómez Lozano 17
Umut Sayin 18
Alberto Daza García 19
Saúl Andrés Burgos 20
Vicente Muñoz Velázquez 21
Iván P. Costa e Silva 22

Presentación

Los Encuentros de Primavera de Matemáticas son una oportunidad para los miembros de los proyectos de investigación de Matemáticas que trabajan en la escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Málaga para dar a conocer su investigación y para establecer y afianzar lazos científicos con investigadores tanto jóvenes como seniors de grupos punteros nacionales en Álgebra y en Geometría.

Comité Organizador

Cristina Draper Fontanals
Universidad de Málaga

Yolanda Cabrera Casado
Universidad de Málaga

Francisco José Palomo Ruiz
Universidad de Málaga

Abstracts

Alicia Tocino
Universidad de Málaga

Álgebras de Evolución de Cayley

En esta charla se muestra que las álgebras de evolución sobre cualquier cuerpo son finitamente universales. Esto es, dado cualquier grupo finito G existen infinitas álgebras de evolución perfectas X tales que $\mathrm{Aut}\,(X) \cong G$. La demostración se basa en la construcción de un functor covariante de una subcategoría de grafos simples finitos (no orientados) a la categoría de álgebras de evolución perfectas finitas. Además, se prueba que este hecho también ocurre para las álgebras de evolución de Cayley (que son álgebras de evolución simples) cuando trabajamos sobre un cuerpo lo suficientemente grande. La charla está basada en un trabajo conjunto con Cristina Costoya, Panagiote Ligouras y Antonio Viruel.

Manuel Cortés-Izurdiaga
Universidad de Málaga

Pares coprimos y anillos de intercambio fuerte a derecha

Sea R un anillo no necesariamente conmutativo con unidad. Un par coprimo a derecha en R es un par de elementos, a y b, de R, que verifican la identidad de Bezout a derecha, esto es, para los que existen elementos del anillo u y v tales que $au + bv = 1$. Equivalentemente, tales que la suma de los ideales a derecha generados por a y por b es igual R, esto es, $R = aR + bR$. Denotaremos por $\langle a, b\rangle$ al par coprimo a derecha determinado por a y b. En el conjunto de todos los pares coprimos a derecha de R, que denotaremos por $RCP(R)$, se puede definir el siguiente orden parcial:

$$\langle a, b\rangle \leq \langle c, d\rangle \Leftrightarrow aR \subseteq cR \text{ y } bR \subseteq dR$$

En la charla veremos como algunas clases de anillos conocidos, como los indescomponibles, regulares von Neumann, de intercambio, etc., se pueden caracterizar a partir de propiedades del conjunto parcialmente ordenado $RCP(R)$. Del mismo modo, veremos como utilizando dicho conjunto parcialmente ordenado se pueden definir los anillos de intercambio fuerte a derecha.
La charla está basada en un trabajo conjunto con Pedro A. Guil Asensio de la Universidad de Murcia.

Jose Luis Flores Dorado
Universidad de Málaga

Propiedades de levantamiento de curvas de la aplicación exponencial con aplicaciones a las geodésicas

Repasaremos algunas propiedades de levantamiento de curvas y de continuación de caminos desarrollados en los trabajos de F. Browder y R. Rheindboldt de 1950-1960s, y las aplicaremos a la aplicación exponencial. Como consecuencia obtendremos una serie de resultados inéditos sobre existencia y multiplicidad de geodésicas conectando dos puntos de una variedad afín conexa, así como de existencia de geodésicas causales conectando dos puntos causalmente relacionados en una variedad de Lorentz. Estos resultados incluyen una extensión del teorema clásico de Hadamard-Cartan riemanniano al contexto más general de una variedad afín, así como una nueva versión del teorema de Hadamard-Cartan lorentziano, donde las hipótesis usuales de hiperbolicidad global y 1-conexión temporal son reemplazadas por otras más débiles.

Iván Ruiz Campos
Universidad de Málaga

Teoría de representaciones de Lie aplicadas a física de partículas

A mediados del siglo XX un gran número de partículas, en principio elementales, fueron descubiertas. En una tentativa de emular la tabla periódica, se intentó una clasificación de estas, haciendo finalmente posible una agrupación en familias con propiedades similares. Gell-Mann explica este fenómeno mediante el modelo de quarks, siendo galardonado en 1969 con el Nobel de Física por el descubrimiento sobre el papel de la partícula Ω^-. Esta teoría ganó así gran fama, por lo que se escribieron múltiples artículos y textos al respecto. Es por ello que el objetivo de esta charla es plasmar toda la teoría de grupos de Lie y de representaciones que es necesaria para comprender cómo agrupar las distintas partículas que fueron descubiertas. Además, aportaremos una motivación física que puede ser útil a la hora de estudiar grupos y álgebras de Lie y que es de gran interés científico.

Cándido Martín González
Universidad de Málaga

Grafos y álgebras

Daremos un repaso a los conceptos de “álgebra de caminos.ªsí como “de caminos de Leavitt"haciendo hincapié en algunos aspectos que las ligan a la teoría de representaciones y al estudio de ciertas perfecciones como la simplicidad, primidad, primitividad y otros.

Rubén Muñoz Alcázar

URJC

Una filtración asociada a un ideal interno abeliano y la especialidad del subcociente de un álgebra de Lie

Dado un ideal interno abeliano B de un álgebra de Lie L tal que

$$\mathrm{ad}^{n-1}_{[B,\mathrm{Ker}_L(B)]}([B,\mathrm{Ker}_L(B)]) \subseteq B$$

para un cierto $n \in \mathbb{N}$, podemos construir una cadena de subconjuntos de L

$$... \subseteq B = \mathcal{F}_{-n} \subseteq \mathcal{F}_{-n+1} \subseteq ... \subseteq \mathcal{F}_0 \subseteq ... \subseteq \mathcal{F}_{n-1} \subseteq \mathcal{F}_n = L \subseteq ...$$

Esta cadena resulta ser una filtración acotada de L, con lo que tenemos una nueva álgebra de Lie

$$\hat{L} = \mathcal{F}_{-n} \oplus \mathcal{F}_{-n+1}/\mathcal{F}_{-n} \oplus ... \oplus \mathcal{F}_n/\mathcal{F}_{n-1}$$

tal que su par de Jordan asociado, $V = (\mathcal{F}_{-n}, \mathcal{F}_n/\mathcal{F}_{n-1})$, coincide con el subcociente $(B, L/\mathrm{Ker}_L(B))$ de L.

Gracias a esta filtración, podemos demostrar que el subcociente $(B, L/\mathrm{Ker}_L(B))$ es un par de Jordan especial si el álgebra de Lie L es fuertemente primo y $\mathrm{Ker}_L(B)$ no es una subálgebra de L. Esta charla está basada en un trabajo conjunto con Esther García y Miguel Gómez Lozano.

Pedro R. López-Gómez
Universidad de Cantabria

Distribución de puntos en la esfera y el plano proyectivo real

En los últimos tiempos, el problema de la distribución de puntos en diferentes espacios ha atraído la atención de la comunidad matemática tanto por su interés teórico como por sus numerosas aplicaciones prácticas. En esta línea, uno de los casos que ha suscitado mayor interés es el de la esfera usual $\mathbb{S}^2$. No en vano, el problema 7 de la lista de Smale pide, *grosso modo*, encontrar una colección de puntos en $\mathbb{S}^2$ que estén bien distribuidos, en el sentido de que su energía logarítmica sea mínima. La distribución de puntos en esferas y otros espacios es un campo actualmente muy activo. En este sentido, uno de los espacios más básicos y, sin embargo, menos estudiados en cuanto a la distribución de puntos es el plano proyectivo real. En este charla abordaré la historia de este bonito problema y comentaré los avances realizados recientemente en nuestro grupo de investigación en torno a la distribución de puntos en la esfera y el plano proyectivo real
Es un trabajo conjunto con Carlos Beltrán y Ujué Etayo.

Francisco J. Palomo
Universidad de Málaga

Sobre las distintas nociones de conexión en geometría diferencial

En esta charla vamos a proponer un recorrido sobre los distintos usos que del término conexión hacemos en geometría diferencial. Nuestro recorrido incluirá conexiones lineales, conexiones generales, conexiones principales o de Ehresmann y conexiones de Cartan. Mostraremos también algunas relaciones entre estos distintos tipos de conexiones, junto con comentarios históricos.

Pablo Gómez Nicolás
Universidad de Cantabria

Estructuras geométricas en geometría generalizada

La geometría generalizada es una rama de la geometría diferencial cuya premisa principal se basa en sustituir el fibrado tangente TM de una variedad diferenciable M por su fibrado tangente generalizado $\mathbb{T}M := TM \oplus T^*M$. Este fibrado vectorial se define como la suma de Whitney del fibrado tangente y el cotangente de M. Esta construcción fue introducida por N. Hitchin en 2003 y posteriormente desarrollada por M. Gualtieri durante su tesis doctoral en 2004. El fibrado $\mathbb{T}M$ fue introducido con el fin de aunar, bajo un mismo tipo de estructura generalizada, las estructuras casi-complejas y las casi-simplécticas definidas sobre la variedad base M, ya que estos dos tipos de estructuras inducen estructuras casi-complejas en el fibrado tangente generalizado.
El fibrado tangente generalizado está dotado de modo canónico de tres estructuras que actúan sobre secciones del fibrado: una métrica pseudo-Riemanniana, una estructura simpléctica (ambas introducidas por T. J. Courant) y una estructura paracompleja (presentada por A. Wade). En este seminario se mostrará cómo otras muchas estructuras pueden ser definidas en $\mathbb{T}M$ a partir de estructuras dadas en la variedad base. También mostraremos las relaciones entre ellas y con las estructuras canónicas. Esta charla se basa en la investigación objeto de mi Tesis Doctoral, dirigida por Fernando Etayo (Universidad de Cantabria) y Rafael Santamaría (Universidad de León).

Cristina Draper Fontanals

IUniversidad de Málaga

Herramientas algebraicas en el estudio de variedades de contacto homogeneas

Una variedad diferenciable M se dice un espacio G-homogéneo si el grupo de Lie G actúa transitivamente en M. En esta charla destacaremos la relevancia de los espacios homogéneos en geometría y por qué -o más bien cómo- las herramientas algebraicas son esenciales para estudiarlos. Ilustraremos cómo la teoría de representaciones de álgebras de Lie permite construir estructuras geométricas en estas variedades, por ejemplo métricas o conexiones afines invariantes.
Algunos de nuestros resultados sobre conexiones con torsión en espacios homogéneos, principalmente en variedades de tipo contacto, pueden encontrarse en [1,2,3,5]. La idea es buscar conexiones que estén adaptadas a la geometría de contacto de algún modo, siguiendo la filosofía de E. Cartan, que defendía que la torsión podría jugar un papel frente al uso habitual de la conexión de Levi-Civita, libre de torsión.
Una familia interesante y sencilla de ejemplos para entender cómo funciona esto son las esferas de dimensión impar vistas como cocientes de grupos unitarios, es decir, pensadas como hipersuperficies de $\mathbb{C}^n$. Estas poseen un campo Killing que ayuda a reescribir las conexiones obtenidas mediante técnicas algebraicas en términos de derivadas covariantes ([1]). Como suele ocurrir, en dimensiones bajas aparecen los ejemplos más interesantes y de mayor excepcionalidad.

BIBLIOGRAFÍA:

1. C. Draper, A. Garvín and F.J. Palomo, Invariant affine connections on odd-dimensional spheres, Ann. Glob. Anal. Geom. **49** (2016), 213–251.

2. C. Draper, A. Garvín and F.J. Palomo, Einstein with skew-torsion connections on Berger spheres, J. Geom. Phys. **134** (2018), 133–141.

3. C. Draper, M. Ortega and F.J. Palomo, Affine Connections on 3-Sasakian Manifolds, Math. Z. **294** (2020), no. 1-2, 817–868.

4. C. Draper Fontanals, Homogeneous Einstein manifolds based on symplectic triple systems, Commun. Math. **28** (2020), no. 2, 139–154.

5. C. Draper, Holonomy on 3-Sasakian homogeneous manifolds versus symplectic triple systems, Transform. Groups **26** (2021), no. 4, 1293–1314.

6. C. Draper and A. Elduque, Real simple symplectic triple systems, Anal. Math. Phys. **12** (2022), no. 3, Paper No. 69.

Benjamín Olea Andrades
Universidad de Málaga

Hipersuperficies luz en variedades de Lorentz

Cualquier subvariedad de una variedad Riemanniana hereda de forma natural una métrica de Riemann. Además, hay definida una proyección canónica que nos permite definir la segunda forma fundamental y la conexión inducida. Cuando tenemos una métrica de Lorentz (forma bilineal no degenerada con signatura 1 en cada punto) la situación es totalmente distinta. En cada punto de una subvariedad, la métrica heredada del ambiente puede ser Riemanniana, Lorentziana o degenerada. Una subvariedad de una variedad de Lorentz se llama subvariedad luz si la métrica heredada es degenerada en todos sus puntos. En los otros casos hablamos de subvariedad espacial o subvariedad temporal respectivamente.
Las subvariedades luz son el análogo a las subvariedades Lagrangianas en la geometría simpléctica o a las Legendrianas en la geometría de contacto en el sentido de que la estructura del ambiente degenera en ellas, pero no tienen análogo en la geometría Riemanniana. Estas subvariedades aparecen de forma natural en varias situaciones físicas, como por ejemplo en agujeros negros, causalidad o superficies atrapadas. Desde un punto de vista puramente matemático, las subvariedades luz suponen un reto, ya que necesitan de técnicas adaptadas para su estudio. Ahora no tenemos definida de forma natural una proyección canónica como en las subvariedades temporales o espaciales, lo que dificulta definir objetos tan básicos como son la segunda forma fundamental o la conexión inducida.
En esta charla repasaremos los conceptos básicos sobre subvariedades luz y mostraremos algunos resultados sobre ellas.

Miguel Ángel Gómez Lozano
Universidad de Málaga

La forma canónica de Jordan en anillos arbitrarios

Damos una condición necesaria y suficiente para encontrar la forma canónica de Jordan de un elemento en un anillo arbitrarios. Como consecuencia conseguimos caracterizar los anillos primos de índice acotado con alguna condición extra.

Umut Sayin
Düzce University

A way of getting superalgebras using tensor categories

The category Rep C_3 of representations of the cyclic group of order 3 over a field of characteristic 3, is not semisimple. However, Verlinde category Ver_3, which is the category whose objects are the objects of Rep C_3 and whose morphisms are the morphisms of Rep C_3 modulo the subspace of negligible morphisms, is semisimple.

In this talk it will be introduced the concept of semisimplification of the algebras in Rep C_3 and then, it will be shown a method to get superalgebras from the algebras in Rep C_3 by using the equivalence of Ver_3 and the category of supervector spaces sVec.

Alberto Daza García
Universidad de Zaragoza

Aplicaciones del funtor de semisimplificación

Algunos ejemplos de categorías tensoriales son Rep G, la categoría de representaciones de dimensión finita de un grupo G, Ver_3 la categoría de Verlinde y sVec, la categoría de superespacios vectoriales. En una categoría tensorial se puede definir el concepto de álgebras así cómo el de algunas clases de álgebras.
Sobre un cuerpo de característica 3, Rep C_3 la categoría del grupo cíclico de orden 3 no es semisimple, sin embargo se puede "semisimplificarüsando un funtor entre Rep C_3 y Ver_3. Esto nos permite obtener superálgebras partiendo de álgebras con un automorfismo de orden 3. En esta charla profundizaremos en aplicaciones de este método.

Saúl Andrés Burgos
Universidad Autónoma de Yucatán

Bordes causales como espacios de pre-longitud lorentzianos

El borde causal, desde sus comienzos, buscó proveer una manera de lidiar con el comportamiento al infinito de un espacio-tiempo. Por otro lado, en los últimos años hemos presenciado un aumento en el uso de métodos geométricos de baja regularidad en relatividad matemática y entre los más fructíferos podemos encontrar a las estructuras cónicas, métricas continuas y espacios de longitud lorentzianos, por mencionar algunos. En esta charla presentaremos como a la completación causal futura de un espacio-tiempo globalmente hiperbólico es posible dotarla con estructura de espacio de pre-longitud lorentziano, lo que abre la puerta a una fuente de ejemplos y resultados a este campo en rápido crecimiento.

Participante en el INSEGTO.

Vicente Muñoz Velázquez
Universidad de Málaga

Una 5-variedad de K-contacto y no Sasakiana

Las variedades Sasakianas son análogos en dimensión impar de las variedades de Kahler en dimensión par, siendo las variedades de K-contacto correspondientes a las variedades simplécticas. Es un problema importante el encontrar obstrucciones para que una variedad compacta admita tales tipos de estructuras y, en particular, construir variedades de K-contacto que no admitan estructuras Sasakianas.
En esta charla, damos el primer ejemplo de una 5-variedad simplemente conexa (aka. variedad de Barden-Smale) que admite una estructura de K-contacto pero no admite ninguna estructura Sasakiana, resolviendo una cuestión propuesta hace tiempo por Boyer y Galicki. Para ello, traducimos la cuestión de 5-variedades de K-contacto a la construcción de 4-órbifolds simplécticos con singularidades cíclicas que contienen superficies simplécticas disjuntas de género $g > 0$ y que generan la homología. La cuestión de 5-variedades Sasakianas se traduce en la existencia o no de superficies algebraicas con singularidades cíclicas que contienen curvas complejas disjuntas de género $g > 0$. Un paso clave consiste en acotar universalmente el número de puntos singulares de la superficie algebraica.

Iván P. Costa e Silva
Universidad Federal de Santa Catarina

La geometría de los agujeros negros y del big-bang

Los agujeros negros son objetos tan fascinantes que se han convertido en una presencia obligatoria en muchas historias de ciencia ficción. Por otra parte, las descripciones mitológicas del universo primitivo están presentes en todas las culturas humanas conocidas. La Relatividad General de Einstein describe ambos contextos como fenómenos gravitatorios, no solo a través de una descripción unificada y científicamente rigurosa, sino además utilizando herramientas geométricas de gran belleza matemática. En esta charla, discutiré las contribuciones seminales de Stephen Hawking (1942-2018) y Roger Penrose a este tema, que a través de sus teoremas de singularidad iniciaron todo un área de las matemáticas: la geometría global de Lorentz.

Participante en el INSEGTO